□37□ □□□□□□□□□□□□□

1□□□□ x □□□□ $e^{2x}-a\ln x\geqslant\frac{1}{2}a$ □□□□□□□ a □□□□□

□□□□□□□ $a<0$ □□ $f(x)=e^{2x}-a\ln x$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□

□ $a=0$ □□ $e^{2x}-a\ln x\geqslant\frac{1}{2}a$ □□ $e^{2x}\geqslant 0$ □□□□□

□ $a>0$ □□ $f(x)=e^{2x}-a\ln x$ □□□□ $f'(x)=2e^{2x}-\frac{a}{x}$ □

□□ $y=2e^{2x}-\frac{a}{x}$ □ $(0,+\infty)$ □□□□ $f'(x)=0$ □□□ m □□□ $a=2me^{2m}$ □

□ $0<x<m$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□ $x>m$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□

□□ $x=m$ □ $f(x)$ □□□□□□□□□□□ $e^{2m}-a\ln m$ □

□□□□□ $e^{2m}-a\ln m\geqslant\frac{1}{2}a$ □□ $\frac{a}{2m}-a\ln m\geqslant\frac{1}{2}a$ □

□□ $m+2m\ln m\leqslant 1$ □□ $g(m)=m+2m\ln m$ □ $g'(m)=1+2(1+\ln m)$ □

□ $m=1$ □□ g □1□ $=1$ □ $m>1$ □□ $g'(m)>0$ □ $g(m)$ □□□

□□ $m+2m\ln m\leqslant 1$ □□□ $0<m\leqslant 1$ □

□ $a=2me^{2m}\in(0$ □ $2e^{2}]$ □

□□□□ $a\in[0$ □ $2e^{2}]$ □

□□□ C □

2□□□□□ $f(x)=e^{x}-ax$ □□□ e □□□□□□□□□ a □□□□

□1□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□ 0□□ a □□□

□2□□□□□ $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ □□□□ $f(x)\geqslant e^{x}(1-\sin x)$ □□□□□ a □□□□□□

□□□□□□1□ $f(x)=e^x-ax$ □ $\therefore f'(x)=e^x-a$ □

□ $a\le 0$ □□ $f'(x)>0$ □□□ R □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□ $a>0$ □□□ $f'(x)>0$ □□□ $x>\ln a$ □□ $f'(x)<0$ □□□ $x<\ln a$ □ $\therefore x=\ln a$ □□□□□□□□□

□□□□ $f(\ln a)=0$ □□ $\ln a=1$ □ $\therefore a=e$ □

□2□□□ $f(x)\ge e^x(1-\sin x)$ □□ $e^x\sin x-ax\ge 0$ □

□ $g(x)=e^x\sin x-ax$ □□ $g'(x)=e^x(\sin x+\cos x)-a$ □ $g''(x)=2e^x\cos x$ □

$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ □□ $g''(x)\ge 0$ □□ $g'(x)$ □ $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ □□□□□□ $\therefore g'(x)=g'(0)=1-a$ □

① $1-a\ge 0$ □□ $a\le 1$ □□ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □ $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ □□□□□□ $\therefore g(x)_{min}=g(0)=0$ □□□ $g(x)\ge 0$ □□□□

② $1-a<0$ □□ $a>1$ □□□□ $x_0\in(0,\frac{\pi}{2})$ □□□ $g'(x_0)<0$ □□□ $x\in(0,x_0)$ □□ $g'(x)<0$ □ $\therefore g(x)$ □ $[0$ □ $x_0]$ □□□□□□

$\therefore x\in(0,x_0)$ □□ $g(x)<g(0)=0$ □□□□□□□

□□□ a □□□□□□ $(-\infty$ □ $1]$ □

3□□□ $f(x)=e^x+a\cos x$（ e □□□□□□□□□□

□1□□ $f(x)$ □ $x=0$ □□□□□ $P(1,6)$ □□□□ a □□□

□2□□ $x\in[0$ □ $\frac{\pi}{2}]$ □□ $f(x)\ge ax$ □□□□□□□ a □□□□□□

□□□□□□1□ $f'(x)=e^x-a\sin x$ □ $\therefore f'(0)=1$ □ $f(0)=1+a$ □

$\therefore f(x)$ □ $x=0$ □□□□□□□ $y=x+1+a$ □

□□□□ $P(1,6)$ □ $\therefore 6=2+a$ □ $\therefore a=4$ □

□2□□ $f(x)\ge ax$ □□□ $e^x\ge a(x-\cos x)$ □ $(*)$

$g(x)=x-\cos x$ $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$

$\therefore g'(x)=1+\sin x>0$ $g(0)=-1<0$ $g(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{2}>0$

$\therefore$ $m\in(0,\frac{\pi}{2})$ $g(m)=0$

$x\in(0,m)$ $g(m)<0$ $x\in(m,\frac{\pi}{2})$ $g(m)>0$

① $x=m$ $e^{m}>0$ $g(m)=m-\cos m=0$

$a\in R(*)$

② $x\in(m,\frac{\pi}{2}]$ $g(x)=x-\cos x>0$

$e^{x}\geqslant a(x-\cos x)$ $a\leqslant\frac{e^{x}}{x-\cos x}$

$h(x)=\frac{e^{x}}{x-\cos x}$ $h(x)$

$h'(x)=\frac{e^{x}(x-\cos x-\sin x-1)}{(x-\cos x)^{2}}$ $t(x)=x-\cos x-\sin x-1$

$t'(x)=1+\sin x-\cos x>0$ $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$

$\therefore$ $t(x)$ $(m,\frac{\pi}{2}]$ $t(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{2}-2<0$

$\therefore$ $x\in(m,\frac{\pi}{2}]$ $t(x)<0$ $\therefore h'(x)<0$

$\therefore$ $h(x)$ $(m,\frac{\pi}{2}]$ $\therefore$ $h(x)_{min}=h(\frac{\pi}{2})=\frac{2e^{\frac{\pi}{2}}}{\pi}$ $\therefore$ $a\leqslant\frac{2e^{\frac{\pi}{2}}}{\pi}$

③ $x\in[0,m)$ $g(x)=x-\cos x<0$

$e^{x}\geqslant a(x-\cos x)$ $a\geqslant\frac{e^{x}}{x-\cos x}$

□②□□□□ $h(x)=\frac{e^x}{x-\cos x}$□$[0$□$m)$□□□□□□

□ $x\in[0$□$m)$□□ $h(x)_{max}=h(0)=-1$□$\therefore a\geqslant -1$□

□□□ $a\in[-1,\frac{2e^{\frac{\pi}{2}}}{\pi}]$ □

4□□□ $f(x)=a\sin x(a\in R)$□$g(x)=e^x$□

□1□□ $g(x)$□$x=0$□□□□□□□

□2□□ $a=1$□□□□ $G(x)=f(x)+lnx$□$(0,1)$□□□□□□

□3□□ $F(x)=\frac{f(x)\cdot g(x)}{a}(a\neq 0)$ □□□ $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$□$F(x)\geqslant kx$□□□□□□ k□□□□□□

□□□□□□1□ $g'(x)=e^x$□$g(0)=1$□$g'(0)=1$□

□□ $g(x)$□$x=0$□□□□□□□ $y-1=x$□□ $x-y+1=0$□

□2□ $G(x)=\sin x+\ln x$□

□ $G'(x)=\frac{1}{x}+\cos x$ □

□□ $x\in(0,1)$ □□ $\frac{1}{x}>1$ □

□ $\cos x\in[-1$□$1]$□□ $\cos x\leqslant 1$□

□ $\frac{1}{x}+\cos x>0$ □□ $G'(x)>0$□$(0,1)$□□□□□

□ $G(x)$□$(0,1)$□□□

□3□ $F(x)=e^x\sin x$□

□□□□ $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$□$F(x)\geqslant kx$□□□□

□ $h(x)=e^x\sin x-kx$ □

□ $h'(x)=e^x\sin x+e^x\cos x-k$ □

□□ $m(x)=e^x\sin x+e^x\cos x-k$ □

□ $m'(x)=e^x\sin x+e^x\cos x+e^x\cos x-e^x\sin x=2e^x\cos x$ □

□ $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ □ $\therefore m'(x)\geqslant 0$

□□ $m(x)$ □ $[0,\frac{\pi}{2}]$ □□□□

□ $m(x)\geqslant m(0)=1-k$ □

① □ $k\leqslant 1$ □□ $m(x)\geqslant 0$ □ $h'(x)\geqslant 0$ □ $h(x)$ □ $[0,\frac{\pi}{2}]$ □□□□ $h(x)\geqslant h(0)=0$ □

□ $k\leqslant 1$ □□□□□

② □ $k>1$ □□ $m(0)=1-k<0$ □ $m(\frac{\pi}{2})=e^{\frac{\pi}{2}}-k$ □

□ $e^{\frac{\pi}{2}}-k<0$ □□□ $x_0=\frac{\pi}{2}$ □ $x\in(0,x_0)$ □□ $m(x)<0$ □

□ $e^{\frac{\pi}{2}}-k\geqslant 0$ □□□ $(0,\frac{\pi}{2}]$ □ $m(x)$ □□□□□□□□□ x_0 □

□ $x\in(0,x_0)$ □□ $m(x)<0$ □

□□□□□ $x_0\in(0,\frac{\pi}{2}]$ □ $x\in(0,x_0)$ □ $m(x)<0$ □

□ $h'(x)<0$ □□ $h(x)$ □□□ $h(x)<h(0)=0$ □

□ $k>1$ □□□□ $(0,x_0)$ □ $h(x)<0$ □□□□□□

□□□ $k\leqslant 1$ □

□□ k □□□□□ $(-\infty$ □ $1]$ □

5□□□□□ $f(x)=ax^2-e^{x-1}$ □

□1□□ $a=\frac{1}{2}$ □□□□□ $f(x)$ □ R □□□□□

□2□□ $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ □□ $f(x)\leqslant a\cos x$ □□□□ a □□□□□

□□□□1□□□□□ $a=\frac{1}{2}$ □□ $f(x)=\frac{1}{2}x^2-e^{x-1}$ □□ $f'(x)=x-e^{x-1}$ □

□ $g(x)=x-e^{x-1}$ □□ $g'(x)=1-e^{x-1}$ □

□ $x\in(-\infty,1)$ □□ $g'(x)>0$ □□ $x\in(1,+\infty)$ □□ $g'(x)<0$ □

□□ $g(x)$ □ $(-\infty,1)$ □□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□

□ $g(x)\leqslant g$ □1□ $=0$ □ $f'(x)\leqslant 0$ □□ $f(x)$ □ R □□□□□

□2□□□ $f(x)\leqslant a\cos x$ □□□ $e^{x-1}\geqslant a(x^2-\cos x)$ □□ $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ □□□□

□ $h(x)=x^2-\cos x$ □□ $h'(x)=2x+\sin x$ □□□ $h'(x)$ □ $[0,\frac{\pi}{2}]$ □□□□□

□□ $h'(x)\geqslant h'(0)=0$ □□□ $h(x)$ □ $[0,\frac{\pi}{2}]$ □□□□□

□□ $h(0)=-1<0$ □ $h(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi^2}{4}>0$ □□□□□□□ $x_0\in(0,\frac{\pi}{2})$ □□□ $h(x_0)=0$ □

□ $x\in[0$ □ $x_0)$ □□ $h(x)=x^2-\cos x<0$ □□ $e^{x-1}\geqslant a(x^2-\cos x)$ □ $a\geqslant\frac{e^{x-1}}{x^2-\cos x}$ □

□ $\varphi(x)=\frac{e^{1}}{x^2-\cos x}$ □□ $\varphi'(x)=\frac{e^{x-1}(x^2-\cos x-2x-\sin x)}{(x^2-\cos x)^2}<0$ □

□□ $\varphi(x)$ □ $[0$ □ $x_0)$ □□□□□□□ $\varphi(x)_{max}=\varphi(0)=-\frac{1}{e}$ □□□ $a\geqslant-\frac{1}{e}$ □

□ $x=x_0$ □□ $h(x_0)=x_0^2-\cos x_0=0$ □□□□□□ $a\in R$ □ $e^{x-1}\geq a(x^2-\cos x)$ □□□□

□ $x\in(x_0,\frac{\pi}{2}]$ □□ $h(x)=x^2-\cos x>0$ □□ $e^{x-1}\geq a(x^2-\cos x)$ □ $a\leq\frac{e^{x-1}}{x^2-\cos x}$ □

□□□□ $\varphi'(x)=\frac{e^{x-1}(x^2-\cos x-2x-\sin x)}{(x^2-\cos x)^2}$ □□ $m(x)=x^2-\cos x-2x-\sin x$ □

□ $m'(x)=2x+\sin x-2-\cos x$ □□□ $m'(x)$ □ $(x_0,\frac{\pi}{2}]$ □□□□□

□ $m'(x_0)=2x_0+\sin x_0-2-\cos x_0$ □□□ $h(x_0)=x_0^2-\cos x_0=0$ □ $x_0\in(0,\frac{\pi}{2})$ □

□□ $m'(x_0)=2x_0+\sin x_0-2-x_0^2=-1+\sin x_0-(x_0-1)^2<-1+\sin x_0<0$ □

□ $m'(\frac{\pi}{2})=\pi-1>0$ □□□□□□ $x_1\in(x_0,\frac{\pi}{2})$ □□□ $m'(x_1)=0$ □

□ $x\in(x_0$ □ $x_1)$ □□ $m'(x)<0$ □□ $x\in(x_1,\frac{\pi}{2}]$ □□ $m'(x)>0$ □

□□ $m(x)$ □ $(x_0$ □ $x_1)$ □□□□ $(x_1,\frac{\pi}{2}]$ □□□

□□ $m(x_0)=x_0^2-\cos x_0-2x_0-\sin x_0=-2x_0-\sin x_0<0$ □ $m(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi^2}{4}-\pi-1<0$ □

□□ $m(x)<0$ □□ $\varphi'(x)<0$ □□□ $\varphi(x)$ □ $(x_0,\frac{\pi}{2}]$ □□□□

$\varphi(x)_{min}=\varphi(\frac{\pi}{2})=\frac{4e^{\frac{\pi}{2}-1}}{\pi^2}$ □□□ $a\leq\frac{4e^{\frac{\pi}{2}-1}}{\pi^2}$ □

□□□□□□ a □□□□□ $[-\frac{1}{e},\frac{4e^{\frac{\pi}{2}-1}}{\pi^2}]$ □

6□□□□ $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\sin x$ □

□1□□□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□□ $\forall x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ □□□ $e^{x}+a\cos x\geq ax^2$ □□□□□□ a □□□□□

□□□□□□1□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $f(0)=0$□

□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□□□

□ $x\in[0$□$+\infty)$ □□ $g(x)=f'(x)=x^2-\cos x$□ $g'(x)=2x+\sin x$□

$g''(x)=2+\cos x>0$□$\therefore g'(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□ $g'(x)>g'(0)=0$□$\therefore g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□ $g(0)=-1<0$□ $g(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi^2}{4}>0$ □

□□□□□□□□ $x_0\in(0,\frac{\pi}{2})$ □□□ $g(x_0)=0$□

□ $x\in(0,x_0)$ □□ $g(x)<0$□□ $x\in(x_0$□$+\infty)$ □□ $g(x)>0$□

□□□□ $f(x)$ □ $(0,x_0)$ □□□□□□□ $(x_0$□$+\infty)$ □□□□□□

$f(0)=0$□$\therefore f(x_0)<0$□□ $f(\pi)>0$□

□□□□ $f(x)$ □ $(x_0$□$\pi)$ □□□□□□□□□□

□□□□ $f(x)$ □□□□□□

□2□□□□□ $e^x+a\cos x\geq ax^2$ □□□ $e^x\geq a(x^2-\cos x)$□

□□1□□□①□ $x=x_0$ □□ $e^{x_0}>0$□ $g(x_0)=x_0^2-\cos x_0=0$□

□□□□□□□ $a\in R$□ $e^x\geq a(x^2-\cos x)$ □□□□

②□ $x\in(x_0,\frac{\pi}{2}]$ □□ $g(x)>0$□

□ $e^x\geq a(x^2-\cos x)$ □□ $a\leq\frac{e^x}{x^2-\cos x}$□

□ $h(x)=\frac{e^x}{x^2-\cos x}$ □□□□□ $h(x)$ □□□□□

□ $h'(x)=\frac{e^x(x^2-\cos x-2x-\sin x)}{(x^2-\cos x)^2}$ □

□ $t(x)=x^2-\cos x-2x-\sin x$ □ $t'(x)=2x+\sin x-2-\cos x$ □

$t''(x)=2+\cos x+\sin x>0$ □ $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ □□□

$\therefore$ □□ $t'(x)$ □ $(x_0,\frac{\pi}{2}]$ □□□□□□

□ $t'(x_0)=2x_0+\sin x_0-2-\cos x_0=-x_0^2+2x_0+\sin x_0-2<-1+\sin x_0<0(0<x_0<1)$ □

□ $t'(\frac{\pi}{2})=\pi-1>0$ □$\therefore$□□□□□□ $m\in(x_0,\frac{\pi}{2})$ □□□ $t'(m)=0$ □

□ $x\in(x_0$ □ $m)$ □□ $t'(m)<0$ □□ $x\in(m,\frac{\pi}{2})$ □□ $t'(m)>0$ □

$\therefore$ □□ $t(x)$ □ $(x_0$ □ $m)$ □□□□□ $(m,\frac{\pi}{2}]$ □□□

$\therefore t(x_0)=x_0^2-\cos x_0-2x_0-\sin x_0=-2x_0-\sin x_0<0$ □ $t(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi^2}{4}-\pi-1<0$ □

$\therefore$ □□ $h(x)$ □ $(x_0,\frac{\pi}{2})$ □□□□$\therefore$ $h(x)_{min}=h(\frac{\pi}{2})=\frac{4e^{\frac{\pi}{2}}}{\pi^2}$ □$\therefore$ $a\leqslant\frac{4e^{\frac{\pi}{2}}}{\pi^2}$ □

③□ $x\in[0$ □ $x_0)$ □□ $g(x)=x^2-\cos x<0$ □

□ $e^x\geqslant a(x^2-\cos x)$ □□ $a\geqslant\frac{e^x}{x^2-\cos x}$ □

□②□□ $h'(x)=\frac{e^x(x^2-\cos x-2x-\sin x)}{(x^2-\cos x)^2}<0$ □

□□□□ $h(x)=\frac{e^x}{x^2-\cos x}$ □ $[0$ □ $x_0)$ □□□□□□

□ $x\in[0$□$x_0)$ □□ $h(x)_{max}=h(0)=-1$ □

$\therefore a\geq -1$□□□□ $a\in[-1,\frac{4e^{\frac{\pi}{2}}}{\pi^2}]$ □

□□□□□□□□□ $\frac{a(x^2-\cos x)}{e^x}\leq 1$ □ $x\in[0$□$\frac{\pi}{2}]$ □□□□□

□ $h(x)=\frac{a(x^2-\cos x)}{e^x}$ □□ $h'(x)=\frac{a(2x-x^2+\sin x+\cos x)}{e^x}$ □

□ $x\in[0$□$\frac{\pi}{2}]$ □□ $2x-x^2\geq 0$ □ $\sin x+\cos x>0$ □ $e^x>0$ □

① □ $a=0$ □□□□□□□□

② □ $a>0$ □□ $h(x)$ □ $[0$□$\frac{\pi}{2}]$ □□□□□□ $h(x)\leq h(\frac{\pi}{2})$ □□ $h(\frac{\pi}{2})\leq 1$ □□□ $0<a\leq\frac{4e^{\frac{\pi}{2}}}{\pi^2}$ □

③ □ $a<0$ □□ $h(x)$ □ $[0$□$\frac{\pi}{2}]$ □□□□□□ $h(x)\leq h(0)$ □□ $h(0)\leq 1$ □□□ $-1\leq a<0$ □

□□□ a □□□□□□ $[-1$□$\frac{4e^{\frac{\pi}{2}}}{\pi^2}]$ □

7□□□□□ $f(x)=e^x+a\cos x-\sqrt{2}x-2$ □ $f'(x)$ □ $f(x)$ □□□□□

□1□□□ $f'(x)$ □□□ $(0,\frac{\pi}{2})$ □□□□□□□□

□2□□ $x\in[-\frac{\pi}{2}$□$0]$ □□ $f(x)\geq 0$ □□□□□□□ a □□□□□□

□□□□□□1□□ $f(x)=e^x+a\cos x-\sqrt{2}x-2$ □□ $f'(x)=e^x-a\sin x-\sqrt{2}$ □

□ $g(x)=e^x-a\sin x-\sqrt{2}$ □□ $g'(x)=e^x-a\cos x$ □

□ $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ □ $\therefore e^x>1$ □ $0<\cos x<1$ □

□ $a\leq 1$ □□ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □□□□□□ $f'(x)$ □□□ $(0,\frac{\pi}{2})$ □□□□□□

$a>1$ $g'(x)=e^x+a\sin x$ $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ $g'(x)>0$

$g(x)$ $(0,\frac{\pi}{2})$ $g(0)=1-a<0$ $g(\frac{\pi}{2})=e^{\frac{\pi}{2}}>0$

$x_0\in(0,\frac{\pi}{2})$ $g(x_0)=0$ $x\in(0,x_0)$ $g(x)<0$ $g(x)$

$x\in(x_0,\frac{\pi}{2})$ $g(x)>0$ $g(x)$ $x=x_0$ $g(x)$

$f(x)$ $(0,\frac{\pi}{2})$ 1

$a\leqslant 1$ $f(x)$ $(0,\frac{\pi}{2})$

$a>1$ $f(x)$ $(0,\frac{\pi}{2})$ 1

(2) $x\in[-\frac{\pi}{2},0]$ $f(x)\geqslant 0$ $f(0)=1+a-2\geqslant 0$ $a\geqslant 1$

$a\geqslant 1$ $f(x)\geqslant 0$ $x\in[-\frac{\pi}{2},0]$

$x\in[-\frac{\pi}{2},0]$ $0\leqslant\cos x\leqslant 1$ $a\geqslant 1$ $f(x)=e^x+a\cos x-\sqrt{2}x-2\geqslant e^x+\cos x-\sqrt{2}x-2$

$h(x)=e^x+\cos x-\sqrt{2}x-2$ $x\in[-\frac{\pi}{2},0]$ $h(x)=e^x-\sin x-\sqrt{2}$

$\varphi(x)=e^x-\sin x-\sqrt{2}$ $\varphi'(x)=e^x-\cos x$ $\varphi''(x)=e^x+\sin x$ $[-\frac{\pi}{2},0]$

$\varphi''(-\frac{\pi}{3})=e^{-\frac{\pi}{3}}-\frac{\sqrt{3}}{2}<e^{-1}-\frac{\sqrt{3}}{2}<0$ $\varphi'(x)$ $[-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{3}]$

$\varphi'(-\frac{\pi}{2})=e^{-\frac{\pi}{2}}>0$ $\varphi'(-\frac{\pi}{3})=e^{-\frac{\pi}{3}}-\frac{1}{2}<e^{-1}-\frac{1}{2}<0$

$x_1\in(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{3})$ $\varphi'(x_1)=0$ $x\in(-\frac{\pi}{2},x_1)$ $\varphi'(x)>0$ $h(x)$

$x\in(x_1,0)$ $\varphi'(x)<0$ $h(x)$ $x=x_1$ $h(x)$ $h(x)_{max}=h(x_1)$

□ $\varphi'(x_1)=0$□$\therefore e^{x_1}=\cos x_1$□$\therefore h(x)_{max}=h(x_1)=\cos x_1-\sin x_1-\sqrt{2}=\sqrt{2}\cos(x_1+\frac{\pi}{4})-\sqrt{2}\leqslant 0$ □

□ $h(x)$ □□□□□ $x\in[-\frac{\pi}{2}$ □ $0]$ □□ $h(x)\geqslant h(0)=0$ □ $f(x)\geqslant 0$ □□□

□□□□ $x\in[-\frac{\pi}{2}$ □ $0]$ □□ $f(x)\geqslant 0$ □□□□□ a □□□□□□ $[1$ □ $+\infty)$ □

8□□□ $f(x)=e^x\cos x$ □ $g(x)=e^{2x}-2ax$ □

□1□□ $x\in[0,\frac{\pi}{3}]$ □□□ $f(x)$ □□□□

□2□□ $x\in[0$ □ $+\infty)$ □□□□□ $g(x)\geqslant\frac{f'(x)}{e^{2x}}$ □□□ $(f'(x)$ □ $f(x)$ □□□□□□□□□ a □□□□□

□□□□□□1□□□□□ $f'(x)=e^x\cos x-e^x\sin x=e^x(\cos x-\sin x)$ □

□ $f'(x)=e^x(\cos x-\sin x)=0$ □□ $x=\frac{\pi}{4}\in[0,\frac{\pi}{3}]$ □

□ $x\in(0,\frac{\pi}{4})$ □□ $f'(x)>0$ □□ $x\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3})$ □□ $f'(x)<0$ □

□□ $f(x)_{max}=f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}$ □ $f(x)_{min}=min\{f(0),\ f(\frac{\pi}{3})\}$ □

□□ $f(\frac{\pi}{3})=\frac{e^{\frac{\pi}{3}}}{2}>\frac{e^{\frac{3}{3}}}{2}=\frac{e}{2}>1=f(0)$ □□□ $f(x)_{min}=1$ □

□□ $f(x)$ □□□□ $[1,\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}]$ □

□2□□ $g(x)\geqslant\frac{f'(x)}{e^{2x}}$ □ $e^{2x}-2ax\geqslant\frac{\cos x-\sin x}{e^x}$ □

□ $\frac{\sin x-\cos x}{e^x}+e^{2x}-2ax\geqslant 0$ □

设 $h(x)=\dfrac{\sin x-\cos x}{e^x}+e^{2x}-2ax$，则 $h'(x)=\dfrac{2\cos x}{e^x}+2e^{2x}-2a$．

设 $\varphi(x)=h'(x)$，则 $\varphi'(x)=\dfrac{4e^{3x}-2\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})}{e^x}$．

当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$4e^{3x}\geqslant 4$，$2\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})\leqslant 2\sqrt{2})$，所以 $\varphi'(x)>0$．

所以 $\varphi(x)$ 即 $h'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，则 $h'(x)\geqslant h'(0)=4-2a$．

若 $a\leqslant 2$，则 $h'(x)\geqslant h'(0)=4-2a\geqslant 0$，所以 $h(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增．

所以 $h(x)\geqslant h(0)=0$ 恒成立，符合题意．

若，则 $h'(0)=4-2a<0$，必存在正实数 x_0，满足：当 $x\in(0,x_0)$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减，此时 $h(x)<h(0)=0$，不符合题意

综上所述，a 的取值范围是 $(-\infty,2]$．

9．已知函数 $y=f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=\dfrac{lnx+k}{e^x}$，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 的切线与 x 轴平行，$f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数．

(Ⅰ) 求 k 的值及当 $x<0$ 时，函数 $f(x)$ 的单调区间；

(Ⅱ) 设 $g(x)=(x^2+x)\cdot f'(x)$ 对于任意 $x>0$，证明 $g(x)<1+e^{-2}$．

【解答】(Ⅰ) 解：由 $f(x)=\dfrac{lnx+k}{e^x}$，得 $f'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}\cdot e^x-(lnx+k)\cdot e^x}{e^{2x}}=\dfrac{\frac{1}{x}-lnx-k}{e^x}$，

$\therefore f'(1)=\frac{1-k}{e}=0$，即 $k=1$.

$f'(x)=\frac{\frac{1}{x}-\ln x-1}{e^x}(x>0)$，

设 $g(x)=\frac{1}{x}-\ln x-1$ 为减函数，且 g（1） $=0$，

$\therefore$ 当 $x\in(0,1)$ 时，$g(x)>0$，$f'(x)>0$.

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$g(x)<0$，$f'(x)<0$.

$\therefore f(x)$ 的增区间为 $(0,1)$，减区间为 $(1,+\infty)$；

（Ⅱ）证明: $g(x)=(x^2+x)\cdot f'(x)=\frac{1+x}{e^x}\cdot(1-x\ln x-x)$.

记 $h(x)=1-x\ln x-x(x>0)$，

$h'(x)=-\ln x-2$，令 $h'(x)=0$，得 $x=e^{-2}$，

当 $x\in(0,e^{-2})$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增；

当 $x\in(e^{-2},+\infty)$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减.

$\therefore h(x)_{max}=h(e^{-2})=1+e^{-2}$，

$\therefore 1-x\ln x-x\leqslant 1+e^{-2}$.

令 $t(x)=\frac{1+x}{e^x}(x>0)$，$t'(x)=-\frac{x}{e^x}<0$，

$\therefore t(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

$\therefore t(x)<t(0)=1$.

$\therefore g(x)=\frac{1+x}{e^x}\cdot(1-x\ln x-1)<1+e^{-2}$.

10. 已知函数 $f(x)=e^{x}-ax^{2}$，$a\in R$.

(1) 当 $a=1$时，求过点 $(0,1)$ 且和曲线 $y=f(x)$ 相切的直线方程;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的零点，求实数a的取值范围.

【解答】解 (1) 当 $a=1$时，$f(x)=e^{x}-x^{2}$，$f'(x)=e^{x}-2x$，

当点 $(0,1)$ 为切点时，所求直线的斜率为 $f'(0)=1$，则过点 $(0,1)$ 且和曲线 $y=f(x)$ 相切的直线方程为 $x-y+1=0$，

当点 $(0,1)$ 不是切点时，设切点坐标为 $(x_0,y_0),x_0\neq 0$，

则所求直线的斜率为 $f'(x_0)=e^{x_0}-2x_0$，所以 $e^{x_0}-2x_0=\dfrac{y_0-1}{x_0}$，①易知 $y_0=e^{x_0}-x_0^{2}$，②

由①②可得 $e^{x_0}-2x_0=\dfrac{e^{x_0}-x_0^{2}-1}{x_0}$

即 $x_0e^{x_0}-2x_0^{2}=e^{x_0}-x_0^{2}-1,(x_0-1)(e^{x_0}-x_0-1)=0$，

设 $g(x)=e^{x}-x-1$，则 $g'(x)=e^{x}-1$，

所以当 $x>0$时，$g'(x)>0$，当 $x<0$时，$g'(x)<0$，

所以 $g(x)=e^{x}-x-1$在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，

又 $g(0)=e^{0}-0-1=0$，

所以 $g(x)=e^{x}-x-1$有唯一的零点 $x=0$，

因为 $x_0\neq 0$，所以方程 $(x_0-1)(e^{x_0}-x_0-1)=0$ 的根为 $x_0=1$，即切点坐标为 $(1,e-1)$，

故所求切线的斜率为 $f'(1)=e-2$，则过点 $(0,1)$ 且和曲线 $y=f(x)$ 相切的直线方程为 $(e-2)x-y+1=0$，

综上，所求直线的方程为 $x-y+1=0$ 或 $(e-2)x-y+1=0$，

□2□□□□□ $f(x)=e^x-ax^2=e^x\left(1-\frac{ax^2}{e^x}\right)$,□ $h(x)=1-\frac{ax^2}{e^x}$ □

□□ $e^x>0$ □□□□□ $f(x)$ □□□□□□□ $h(x)$ □□□□

□ $a\leq 0$ □□ $h(x)>0$ □ $h(x)$ □□□□□□□ $f(x)$ □□□□□

□ $a>0$ □□ $h'(x)=\frac{ax(x-2)}{e^x}$ □□ $x\in(0,2)$ □□ $h'(x)<0$ □□ $x\in(2,+\infty)$ □□ $h'(x)>0$ □

□□ $h(x)$ □ $(0,2)$ □□□□□□□ $(2,+\infty)$ □□□□□□

□ $h(2)=1-\frac{4a}{e^2}$ □□□ $h(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $h(2)>0$,□ $a<\frac{e^2}{4}$, $h(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $h(2)=0$,□ $a=\frac{e^2}{4}$, $h(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□

□□□□□□ $x\in R$ □□□ $e^x>x$ □□ $e^{\frac{x}{3}}>\frac{x}{3}$ □□□ $e^x>\frac{x^3}{27}$ □□ $\frac{x^3}{27e^x}<1$ □□ $x=27a$ □□ $\frac{(27a)^3}{27e^{27a}}=\frac{27^2a^3}{e^{27a}}<1$ □□□

$h(27a)=1-\frac{27^2a^3}{e^{27a}}>0$ □

□ $h(x)$ □ $(2,27a)$ □□□□□□□

□□ $h(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□

□□□□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□ $(\frac{e^2}{4},+\infty)$ □

□□□□□ $f(x)=0$□ □ $\frac{1}{a}=\frac{x^2}{e^x}$ □

令 $k(x)=\frac{x^2}{e^x}(x\in(0,+\infty))$，

则函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的零点，即直线 $y=\frac{1}{a}$ 与函数 $k(x)$ 的图象在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的交点），

$k'(x)=\frac{2x-x^2}{e^x}=\frac{x(2-x)}{e^x}$，由 $k'(x)=0$ 得 $x=2$，

当 $x\in(0,2)$ 时，$k'(x)>0$，当 $x\in(2,+\infty)$ 时，$k'(x)<0$，所以 $k(x)$ 在 $(0,2)$ 上单调递增，在 $(2,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $k(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的最大值为 $k(2)=\frac{4}{e^2}$，

因为 $k(0)=0$，并且当 $x>2$ 时，$\frac{x^2}{e^x}>0$，

所以当 $0<\frac{1}{a}<\frac{4}{e^2}$ 时，$k(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的图象与直线 $y=\frac{1}{a}$ 有两个不同的交点，

即当 $a>\frac{e^2}{4}$ 时，函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的零点.

所以，若函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的零点，则实数 a 的取值范围是 $(\frac{e^2}{4},+\infty)$.

11. 已知函数 $f(x)=(x-1)e^x-x^2$，$g(x)=ae^x-2ax+a^2-10(a\in R)$.

(Ⅰ) 求曲线 $y=f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

(Ⅱ) 当 $x>0$ 时，$f(x)>g(x)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

【解答】解：(Ⅰ) $f'(x)=e^x+(x-1)e^x-2x$，$f'(1)=e-2$，

$f(1)=-1$，

所求切线方程为 $y=(e-2)x+1-e$……（4 分）

(Ⅱ) 令 $h(x)=f(x)-g(x)=(x-a-1)e^x-x^2+2ax-a^2+10(x>0)$

$h'(x)=e^x+(x-a-1)e^x-2x+2a=(x-a)(e^x-2)$

① □ $a\le 0$ □□ $x-a>0$ □ $0<x<ln2$ □□ $h'(x)<0$ □ $x>ln2$ □□ $h'(x)>0$

$\therefore h(x)$ □ $(0,ln2)$ □□□□□□□ $(ln2,+\infty)$ □□□□□□ \

$h(x)\ge h(ln2)=-a^2+(2ln2-2)a-ln^2 2+2ln2+8>0$

$\therefore(a-ln2-2)(a-ln2+4)<0$ □□ $ln2-4<a\le 0$ ……… □7 □□

② □ $0<a<ln2$ □□ $h(x)$ □ $(0,a)$ □□□□□□□ $(a,ln2)$ □□□□□□

□ $(ln2,+\infty)$ □□□□□□

□□ $h(x)>0$ □

□ $\begin{cases}h(ln2)>0\\h(0)\ge 0\end{cases}$ □□□ $0<a<ln2$ ……… □9 □□

③ □ $a=ln2$ □□ $h'(x)\ge 0$ □ $h(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

$h(0)=9-ln2-ln^2 2>0$ □□□ ……… □10 □□

④ □ $a>ln2$ □□ $h(x)$ □ $(0,ln2)$ □□□□□□

□ $(ln2,a)$ □□□□□□□ $(a,+\infty)$ □□□□□□

□□ $h(x)>0$ □

□ $\begin{cases}h(a)>0\\h(0)\ge 0\end{cases}$ □□□ $ln2<a<ln10$

□□□□□ a □□□□□□ $(ln2-4,ln10)$ ……… □12 □□

12□□□□□ $f(x)=ae^x+b\cos x+\frac{1}{2}x^2+1$ □□□ a □ b □□□□□□□□□ $(0$ □ $f(0))$ □□□□□□□ $y=x+1$ □

□1□□□□a□b□□□

□2□□□□$g(x)=f'(x)-3x$□□□□□

□3□□□□□□$x\in R$□□□□$xf(x)\geqslant\frac{3}{2}x^{3}+2\lambda x^{2}+x$□□□□□□□$\lambda$□□□□□□

□□□□□□□1□□□$f(x)=ae^{x}+b\cos x+\frac{1}{2}x^{2}+1$□

□$f'(x)=ae^{x}-b\sin x+x$□

□□$f(x)$□□□□□$(0$□$f(0))$□□□□□□□$y=x+1$□

□$\begin{cases}f(0)=a+b+1=1\\ f'(0)=a=1\end{cases}$□□□$a=1$□$b=-1$□

□2□□□1□□□$f(x)=e^{x}-\cos x+\frac{1}{2}x^{2}+1$□

□□□$g(x)=f'(x)-3x=e^{x}+\sin x-2x$□

□□$g'(x)=e^{x}+\cos x-2$□

□$h(x)=g'(x)$□

□$h'(x)=e^{x}-\sin x$□

①□$x<0$□□□$e^{x}-2<-1$□$-1\leqslant\cos x\leqslant1$□□$g'(x)=e^{x}+\cos x-2<0$□

□□$g(x)$□$(-\infty,0)$□□□□□□

□$g(x)>g(0)$□□□□□□□

②□$x\geqslant0$□□□$e^{x}\geqslant1$□$-1\leqslant-\sin x\leqslant1$□□$h'(x)=e^{x}-\sin x>0$□

□□$g'(x)$□$[0$□$+\infty)$□□□□□□

□$g'(x)\geqslant g'(0)=0$□

□ $g(x)$ □ $[0$ □ $+\infty)$ □□□□□

□□ $g(x)_{min}=g(0)=1$ □

□□□□□ $g(x)$ □□□□□1□

□3□□ x □□□□□□□□

① □ $x=0$ □□□□□□ $\lambda\in R$ □□□□ $xf(x)\geq\frac{3}{2}x^3+2\lambda x^2+x$ □□□□

② □ $x>0$ □□□□□□ $xf(x)\geq\frac{3}{2}x^3+2\lambda x^2+x$ □□□□ $e^x-\cos x+\frac{1}{2}x^2+1\geq\frac{3}{2}x^2+2\lambda x+1$ □

□ $e^x-x^2-2\lambda x-\cos x\geq 0$ □

□ $G(x)=e^x-x^2-2\lambda x-\cos x$ □

□ $G(x)=e^x-2x+\sin x-2\lambda=g(x)-2\lambda$ □

□ $\lambda\leq\frac{1}{2}$ □□□□2□□□□ $G(x)=g(x)-2\lambda>g(0)-2\lambda=1-2\lambda\geq 0$ □

□□ $G(x)$ □□□□□

□ $G(x)>G(0)=0$ □□□□□□

□ $\lambda>\frac{1}{2}$ □□□□2□□□□ $G(x)=e^x-2x+\sin x-2\lambda=g(x)-2\lambda$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□□ $e^x\geq ex$ □

□ $G(x)=e^x-2x+\sin x-2\lambda>(e-2)x-1-2\lambda$ □

□□ $G(\frac{1+2\lambda}{e-2})>(e-2)\cdot\frac{1+2\lambda}{e-2}-1-2\lambda=0$ □

□ $G(0)=1-2\lambda<0$ □

□□□□□□□□□ $x_0\in(0,\frac{1+2\lambda}{e-2})$ □□□ $G(x_0)=0$ □

□$0<x<x_0$□□$G(x)<0$□□$G(x)$□□□□□

□□□$x\in(0,x_0)$□□$G(x)<G(0)=0$□□□□□□□

③□$x<0$□□□□□$xf(x)\geq\frac{3}{2}x^2+2\lambda x^2+x$□□□$e^x-x^2-2\lambda x-\cos x\leq 0$□

□□□□$G(x)=e^x-x^2-2\lambda x-\cos x$□□$G'(x)=e^x-2x+\sin x-2\lambda=g(x)-2\lambda$□

□$\lambda\leq\frac{1}{2}$□□□□2□□□□$G(x)>0$□

□□$G(x)$□□□□□

□$G(x)<G(0)=0$□□□□□□

□□□□□λ□□□□□□$(-\infty,\frac{1}{2}]$□